Roll No. ....

ED–2710

B. A./B. Sc./B. Sc. B. Ed. (Part II) EXAMINATION, 2021

MATHEMATICS

Paper Third

(Mechanics)

Time : Three Hours

Maximum Marks : 50

नोट : सभी प्रश्न अनिवार्य हैं। प्रत्येक इकाई से कोई दो भाग हल कीजिए। सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

All questions are compulsory. Attempt any *two* parts from each Unit. All questions carry equal marks.

इकाई—1

(UNIT—1)

1. (अ) एक ठोस गोला उससे दुगुनी त्रिज्या के एक स्थिर रूक्ष अर्द्ध-गोल प्याले के अंदर रखा हुआ है दर्शाइए कि गोले के उच्चतम बिन्दु से कितना ही बड़ा वजनी एक भार संबंधित कर दिया जाए साम्यावस्था स्थायी रहती है।

A solid sphere rests inside a fixed rough hemispherical bowl of twice its radius. Show that, however large a weight is attached to, the highest point of the sphere, the equilibrium is stable.

(ब) चार समांग छड़ों को सिरों पर मुक्त रूप से जोड़कर एक समानान्तर चतुर्भुज ABCD बनाया जाता है। इसे A बिन्दु से लटका दिया जाता है तथा एक अवितान्य डोरी AC से इसके आकार को बनाये रखा जाता है। सिद्ध कीजिए कि डोर का तनाव सम्पूर्ण भार का आधा होता है।

Four uniform rods are freely jointed at their extremities and form a parallelogram ABCD, which is suspended by the join A and is kept in shape by an inextensible string AC. Prove that the tension of the string is equal to half of the whole weight.

(स) लंबाई l के एक समांग चैन को समान क्षैतिज रेखा में दो बिन्दुओं A तथा B से इस प्रकार लटकाया गया है कि प्रत्येक अन्तस्थ तनाव निम्नतम बिन्दु के तनाव का n गुना है। दर्शाइए कि विस्तृति AB अवश्य ही $\frac{l}{\sqrt{n^2-1}} \log\left[n+\sqrt{n^2-1}\right]$ होनी चाहिए।

A uniform chain of length l, is to be suspended from two points A and B, in the same horizontal line so that the either terminal tension is n times that at the lowest point. Show that the span AB must be $\frac{l}{\sqrt{n^2-1}} \log\left[n+\sqrt{n^2-1}\right]$.

इकाई—2

(UNIT—2)

2. (अ) बल X, Y, Z क्रमशः तीन सरल रेखाओं $y=b,\ z=-c;\ z=c,\ x=-a;\ x=a,\ y=-b$ के अनुदिश क्रिया करते हैं दर्शाइए कि वे एक एकल परिणामी रखेंगे यदि $\frac{a}{X}+\frac{b}{Y}+\frac{c}{Z}=0$ ।

Forcets X, Y, Z act along the three straight lines $y = b, z = -c;$ $z = c, x = -a; x = a, y = -b$ respectively; show that they will have a single resultant if $\frac{a}{X} + \frac{b}{Y} + \frac{c}{Z} = 0$.

(ब) डायनमें (X, Y, Z, L, M, N) के लिए समतल $x + y + z = 0$ के शून्य विक्षेप स्थिति ज्ञात कीजिए।

Find the null point of the plane $x + y + z = 0$ for the dyname (X, Y, Z, L, M, N).

(स) प्रतिबंध ज्ञात करना कि सरल रेखा $\frac{x-f}{l} = \frac{y-g}{m} = \frac{z-h}{n}$ बलों के निकाय (X, Y, Z, L, M, N) के लिए शून्य रेखा हो सकती हैं।

To find the condition that the straight line $\frac{x-f}{l} = \frac{y-g}{m} = \frac{z-h}{n}$ may be a null line for the system of forces (X, Y, Z, L, M, N).

इकाई—3

(UNIT—3)

3. (अ) आयाम 'a' तथा आवर्तकाल T की सरल आवर्त गति में, दर्शाइए कि केन्द्र से x दूरी पर वेग v निम्नलिखित संबंध द्वारा दिया जाता है :

$$V^2T^2 = 4\pi(a^2 - x^2)$$

Show that in a S. H. M. of amplitude 'a' and period T, the velocity v at a distance x from the centre is given by the relation :

$$V^2T^2 = 4\pi(a^2 - x^2)$$

(ब) m द्रव्यमान का एक कण एक हल्के तार, जो दो स्थिर बिन्दुओं के बीच तना है और इसका तनाव T है, से बाँध दिया गया है। यदि दोनों सिरों से कण की दूरियाँ a, b हैं तो सिद्ध कीजिए कि m द्रव्यमान के एक अल्प अनुप्रस्थ दोलन का आवर्तकाल है :

$$2\pi\sqrt{\frac{mab}{T(a+b)}}$$

A particle of mass m is attached to a light wire which is stretched tightly between two fixed points with a tension T. If a, b are the distances of the particle from the two ends. Prove that the period of a small transverse oscillation of mass m is :

$$2\pi\sqrt{\frac{mab}{T(a+b)}}$$

(स) उस गोली का प्रक्षेप वेग और दिशा ज्ञात कीजिए जो 50 मीटर की दूरी पर स्थित 25 मीटर ऊँची दीवार के ठीक ऊपर से होकर क्षैतिज दिशा में जाती है ($g = 981$ सेमी/से^{2})।

Find the velocity and direction of projection of a shot which passes in a horizontal direction just order the top of a wall which is 50 metres off and 25 metres high ($g = 981$ cm/s^2).

इकाई—4

(UNIT—4)

4. (अ) यदि ग्रह को अपने कक्ष, मान लो वृत्ताकार में अचानक रोक दिया जाए तो दर्शाइए कि यह सूर्य में समय, जो ग्रह के परिक्रमण काल का $\frac{\sqrt{2}}{8}$ गुणा है, में गिर जाएगा।

If a planet were suddenly stopped in its orbit supposed circular, show that it would fall into the sun in a time which is $\frac{\sqrt{2}}{8}$ times the period of Planet's revolution.

(ब) एक मनका एक रूक्ष वक्राकार तार पर इस प्रकार गतिशील है कि इसकी दिशा में परिवर्तन अचर कोणीय वेग से होता है। दर्शाइए कि वक्र का सम्भावित रूप एकसमान कोणिक सर्पिल होगा।

A bead moves along a rough curred wire which is such that it changes its direction of motion with constant angular velocity. Show that a possible form of wire is an equiangular spiral.

(स) एक कण एक समतल वक्र पर गतिमान है। यदि स्पर्श रेखीय और अभिलाम्बिक त्वरण सदैव अचर रहते हैं तो सिद्ध कीजिए कि कोण ψ जो गति की दिशा समय t में घूमती है। समीकरण $\psi = \text{A} \log (1 + \text{B}t)$ द्वारा निर्धारित होता है।

A particle is describing a plane curve. If that tangential and normal accelerations are each constant throughout the motion, prove that the angle ψ, through which the direction of motion, turns in time t is given by $\psi = \text{A} \log (1 + \text{B}t)$.

इकाई—5

(UNIT—5)

5. (अ) एक m संहति का कण गुरुत्वीय आकर्षण के अंतर्गत ऊर्ध्वाधरतः ऐसे माध्यम में गिर रह है जिसका प्रतिरोधी

उसके वेग का μ गुना है। यदि कण को स्वतंत्र रूप से विश्राम अवस्था में छोड़ा जाये तो सिद्ध कीजिए कि t समय में कण द्वारा चलित ऊर्ध्वाधर $x = \frac{gm^2}{\mu^2}\left[\frac{\mu t}{m} + e^{-\mu t/m} - 1\right]$ दूरी होगी।

A particle of mass m, is falling under the gravity through a medium whose resistance is equal to μ times the velocity. If the particle were released from rest, show that the distance x, fallen through in time t is :

$$x = \frac{gm^2}{\mu^2}\left[\frac{\mu t}{m} + e^{-\mu t/m} - 1\right]$$

(ब) यदि कण की गति पर हवा का अवरोध इसके भार का n गुणा हो और कण क्षैतिज दिशा में V वेग से प्रक्षिप्त किया जाए तो दर्शाइए कि कण का वेग $v(1-\sin\phi)^{\frac{n-1}{2}}(1+\sin\phi)^{-\frac{n+1}{2}}$ हैं जबकि कण क्षैतिज से ϕ कोण पर गतिमान है।

If the resistance of the air to a particle's motion be n times its weight and the particle be projected horizontally with velocity V. Show that the velocity of the particle when it is moving at an inclination ϕ to the horizontal is $v(1-\sin\phi)^{\frac{n-1}{2}}(1+\sin\phi)^{-\frac{n+1}{2}}$.

(स) यदि एक कण त्रिविम दिशा में गतिमान है तो कार्तीय निर्देशांक के पदों में किसी कण का त्वरण ज्ञात कीजिए।

If a particle moves in three dimensions, then find the acceleration of the particle in terms of cartesion co-ordinates.